

Imre Toth **Aristotele e i fondamenti assiomatici della geometria**

di Antonino Contiliano

Una scuola di “geometria etica” per i titolari dell’ordine neoliberista e imperiale

Nessun matematico può essere un vero
matematico, se non è un po’ poeta
Karl Weierstrass

Eravamo abituati a pensare che la nascita, il dibattito e l’assiomatizzazione delle geometrie non-euclidee e dell’aritmetica fossero soprattutto prodotti del XIX e XX. Imre Toth, però, dietro un’accurata rilettura e interpretazione del *corpus* delle opere aristotelico e delle opere dello stesso Platone, testimonia che il pensiero greco aveva già posto e discusso, in un appassionato dibattito, il problema dell’assiomatizzazione (euclidea o non-euclidea) della geometria e dell’aritmetica (pitagorica o non-pitagorica, eudossiana) come epistemologia filosofica della razionalità scientifico-matematica; e che il dibattito sull’assiomatizzazione della razionalità geometrica (in questo intervento è il solo che tocchiamo, rimandano il lettore, per il “pitagorico” e il “non-pitagorico”, direttamente

all'*excursus* di Toth) – come indicato nelle stesse opere di Platone e di Aristotele – avviene attraverso una scelta singolare e originale: quella etica o del soggetto libero che, senza costrizione alcuna, sceglie e decide tra l'*arche* geometrica euclidea e/o non-euclidea. L'alternativa è – come conseguenza dell'unicità o meno della verità del postulato V delle parallele di Euclide – tra la somma degli angoli di un triangolo uguale a due retti o non uguale a due retti, per cui nello “spazio etico di Aristotele, si può dire che la geometria risulta una *geometria more ethico constructa* ” (p. 137), in quanto essa richiede un atto di “deliberazione” tra due opposti egualmente evidenti, razionali e indecisi. Ciò che accomuna (anticipando l'inverso di Spinoza dell'*Etica* come *ordine geometrico demonstranda*) il sapere e la *praxis* dell'etico e del geometrico, per Aristotele, dunque, è la *libertà* di scegliere tra due *ipotesi* egualmente razionali e prive di contraddizioni. Nell'alternativa, teoreticamente indecidibile, l'opposizione “euclideo-non euclideo”, infatti, non costituisce né un necessario (l'euclideo), né un impossibile (il non-euclideo).

Quello che hanno in comune l'etico e il geometrico, e che permette, anzi impone con costrizione, di paragonarli l'uno a l'altro, è la *libertà*, che in ambedue gli ambiti costituisce la fonte, la condizione necessaria e sufficiente, della scelta delle *archai* specifiche nei rispettivi ambiti.

[...]

Inizio e origine dell'azione geometrica sono, evidentemente, le *archai*. Di fronte al soggetto della geometria, sta quindi *a priori*, per necessità, una coppia biforcata di asserti fra loro opposti. Essi formano un'alternativa indecisa e teoreticamente indecidibile. Altrimenti, non si prenderebbe nella più lontana considerazione di far sostenere ad una simile alternativa, sul palcoscenico dell'etica, il ruolo principale di modello della libera scelta e decisione del soggetto.

L'esempio di alternativa aperta citato da Aristotele, qui come in altri passi a proposito, è costituito dall'opposizione di due proposizioni, delle quali l'una affermi che “la somma degli angoli del triangolo è uguale a due angoli retti”, e l'altra che “la somma degli angoli del triangolo non è uguale a due angoli retti”. Diventano, rispettivamente, *arche* di un'ulteriore azione geometrica, solo dopo che il soggetto abbia compiuto una scelta e abbia deciso di accettare l'una, e rifiutare l'altra.

Il soggetto non è, ovviamente, sottoposto a nessunissima costrizione morale, che gli imponga di scegliere l'una, e di rifiutare l'altra, e

l'eventuale costrizione dell'empiria non viene presa da Aristotele in alcuna considerazione, neanche nella *Grande Etica* o nell'*Etica Eudemia*, come forza corruttrice del giudizio (p. 135).

Tra Platone e Aristotele, a questo punto, però bisogna dire che vige una differenza: la scelta etica di Aristotele, diversamente da quella platonica, non lega la scelta della verità geometrica a quella che discrimina il 'bene' dal 'male' e alla preesistenza metafisica di idee sostanziali degli stessi, ma ne fa una scelta sulla base dell'eguale indipendenza logica e ontologica. Nello specifico, la scelta riguarda l'unicità della verità del postulato/assioma V di Euclide (due rette tagliate da una terza, se formano angoli alterni interni uguale a due retti, allora non s'intersecano e sono parallele) o della possibilità, egualmente razionale e non contraddittoria, di altri due valori: angoli ottusi o acuti.

L'originalità dello Stagirita è nell'aver posto, infatti, la questione all'interno, soprattutto, delle sue opere di etica – *Etica Eudemia*, *Etica Nichomachea*, *Grande Etica* –, oltre che negli *Analitici primi e secondi* e nella *Metafisica*, facendone la scelta di un soggetto libero che, di fronte ad una assenza di contraddizioni logiche sia di tipo euclideo che non euclideo, al riparo delle emozioni e dei sentimenti di piacere o dispiacere, deve decidere e scegliere fra le alternative poste: triangoli con angoli retti, ottusi, acuti.

L'opera in cui Imre Toth documenta e sostiene, cucendo i vari frammenti e rimandi alla luce anche delle acquisizioni degli studiosi del XIX e XX secolo, è *Aristotele e i fondamenti assiomatici della geometria. Prolegomeni alla comprensione dei frammenti non-euclidei nel "Corpus Aristotelicum"*, Vita e Pensiero, Milano (1997), 1998, L. 65.000. Essa porta l'introduzione di Giovanni Reale che, sintetizzando lo schema tematico e procedurale del lavoro di Toth, ha cura però di sottolineare il nesso ineludibile che lega teoria e prassi insieme alle conseguenze che ne derivano

Nel capitolo sulla libertà dell'*Etica Eudemia*, dove Aristotele definisce l'uomo come l'unico essere libero di scegliere tra il bene e il male, l'unico esempio che egli porta non è un esempio etico-politico: fare la guerra o fare la pace, contrarre matrimonio o no, pagare o non pagare. — “ Per illustrare più intuitivamente – egli dice testualmente – è bene fare ricorso ad un parallelo preso dal campo geometrico”. E il suo esempio è l'opposizione: somma degli angoli

interni di un triangolo uguale a due retti contro la somma degli stessi angoli non uguali a due retti, supponendo un atto iniziale, come *arché*, una scelta preferenziale, una decisione fra due alternative, come se fosse un campo della *praxis*. Se l'*arché* è “la somma interna degli angoli di un triangolo è uguale a due retti” vi sono alcune conseguenze, ma se l'*arché* è “la somma interna degli angoli di un triangolo non è uguale a due retti” ve ne sono altre (p. 19).

Conseguenze, come è visibile, egualmente coerenti; esse sono, infatti, effetti di assiomi logicamente indipendenti e, teoreticamente, egualmente indecidibili perché indimostrabili e inconfutabili; e, però, sono altrettanto veri come valore di verità *assegnato*. E l'assegnazione non è derivabile dalla sillogistica delle proposizioni ma dalla capacità del soggetto di decidere quale modello privilegiare e agire liberamente nel mondo isomorfo degli oggetti costruttivi, e senza la cui decisione non ci sarebbe nessuno soggetto che transiterebbe le possibilità verso il reale ontologico.

La geometria euclidea nasce però se e solo se si decide ciò che di per sé è indecidibile, e di assegnare alla proposizione E il valore logico di verità. Questa geometria viene fondata con la seguente figura del *modus ponens*:

- (1) E è vera; e indipendentemente dalla verità di E
- (2) è vero che dalla proposizione E seguono proposizioni a loro volta euclidee.
- (3) Dunque, le proposizioni euclidee sono vere.

Parallelamente all'assegnazione della verità alla proposizione E, l'universo euclideo abbandona la condizione modale della possibilità e viene innalzato allo stato ontico dell'essere attuale (p. 583).

La decisione è il risultato di una scelta preferenziale – etico-politica (e in assenza di costrizione) – del soggetto, e Aristotele la tratta con un esempio geometrico – l'*alternativa* fra un triangolo *euclideo* (somma degli angoli uguale a due retti) e un triangolo *non-euclideo* (somma degli angoli non uguale a due retti: maggiore e o minore) – piuttosto che con esempi tratti dalla vita morale, sociale e politica che renderebbero piuttosto problematica l'oggettività delle posizioni ‘razionali’, anche se questo non può escludere a priori le relazioni che il razionale intrattiene con istanze altre e logiche diverse. L'alternativa fra triangolo euclideo e non-euclideo è però “chiaramente a priori indecisa. Altrimenti non potrebbe essere introdotta

come esempio, e tanto meno come unico esempio, per illustrare la scelta preferenziale, o più precisamente, la libertà del soggetto” (p. 584).

Il soggetto teoretico, così, vista l'indecidibilità, l'indimostrabilità, l'inconfutabilità, il permanere della coerenza interna ad ogni ipotesi e la loro stessa indipendenza logica, non può decidere – se un teorema non sopperisce e colma la lacuna – di giudicare “falsa” la geometria non-euclidea solo perché, ideologicamente, creduta “male” metafisico e morale. Tutt'al più, sfruttando un ossimoro, Aristotele dice – *Analitici secondi* (p.338) –, che il “falso” della nuova ipotesi geometrica potrebbe essere etichettato come “geometria non-geometrica”; in questa maniera si evita, così, infatti, di confondere i piani e di trattare l'opposizione logica far le geometrie a confronto – che ricorrono a fondamenti diversi – come un conflitto tra il bene e il male.

Platone, dal canto suo, però, nel tentativo di far uscire il fondamento della matematica dall'immanenza e dalla coerenza (*Cratilo*) del linguaggio e dalla corrispondenza biunivoco-reversibile tra proposizioni e oggetti matematici, in difesa dell'unicità dell'essere parmenideo, affronta la stessa questione scartando la geometria non-euclidea perché “male”; essa è opera di un “demiurgo” malefico che vuole sviare le anime dall'unica verità della geometria euclidea. In Platone le decisioni teoretiche sembrano sottostare a precise prese di posizioni che rispecchiano la morale corrente e dominante; una morale che il filosofo, non sempre indubitabilmente convincente, difende contro le stesse ragioni che la mettono in discussione.

Nel *Cratilo*, Platone attribuisce proprio a un demiurgo malvagio il compito di porre un'ipotesi *falsa* a fondamento di una dimostrazione geometrica. Ma nella sua discussione della geometria non-geometrica, Aristotele non fa nessun uso di un demiurgo, come del resto in ogni luogo dei suoi scritti. Di certo gli risultavano profondamente ripugnanti non solo le *Idee*, ma anche la mitologia di Platone, tanto colma di umor nero. Però, come abbiamo già accennato, in Aristotele manca qualsiasi assegnazione esplicita del valore logico *falso* alla proposizione che afferma l'incidenza di parallele; ed egli si limita a qualificare questa proposizione, e altre simili, con l'intelligente ossimoro di *geometria non-geometrica*, assegnando loro esplicitamente il predicato etico del male. Nel *Cratilo*, invece, il predicato etico del male viene associato in modo esplicito e senza

indugio al valore logico del falso (pp. 338-39).

Il problema, quasi a sottolineare, con insistenza, malgrado la differenza di posizione fra le due grandi scuole, che non ci fosse questione teoretica che non avesse i suoi risvolti pratici, etico-politici, da Platone, è affrontato anche in altre opere, quali, per esempio, *Teeteto*, *Lettera VII*, *Repubblica*. E ciò perché il problema – verità della geometria euclidea e/o rigetto di quella non-euclidea – comportava sempre una scelta etica (non teoretica) da parte del soggetto cognitivo; dal momento che il postulato V delle parallele di Euclide (rette che non si incontrano perché attraversate da una perpendicolare che forma solo angoli retti) era altrettanto indimostrabile e inconfutabile teoreticamente quanto quello delle parallele che si incontrano (ipotesi dell'esistenza di angoli ottusi), la decisione preferenziale, infatti, non poteva appartenere che alla libera scelta del soggetto e secondo motivazioni non necessariamente in contraddizione fra loro. Di fronte all'*indecidibilità* logica della verità degli assiomi e alla loro intrinseca coerenza logica, il soggetto (non corruttibile, come qualifica Aristotele, da questioni psicologiche ed empiriche), per lo Stagirita, non può *decidere* che affidandosi ad una *scelta* libera (libero arbitrio o deliberazione) quanto razionalmente inconfutabile fra due alternative che si escludono per genesi assiomatica diversa, ma altrettanto coerenti sul piano delle assunzioni e delle rispettive induzioni logiche.

Chiudendo questa breve presentazione e lettura del testo di Toth, nell'attuale momento storico – omologante sull'appiattimento del modello del pensiero unico occidentale-americano e sfruttante l'imbonimento e l'imposizione della scelta tra bene (la civiltà occidentale e nordamericana) contro il male (la civiltà non-occidentale o mussulmana) –, e senza ignorare o meno la questione della temporalità o a-cronicità della logica e della logica matematica, ci sembra opportuno porre a contro-esempio le argomentazioni e le scelte della scuola aristotelica. “L'anatomia dell'uomo [...] chiave per capire l'anatomia della scimmia ” (K. Marx), così è pure chiave per afferrare le deformazioni operanti dei signori della globalizzazione neoliberista mistificante, violenta, oppressiva e guerrafondaia per scelta e vocazione.

Il nuovo ordine “imperiale” dell'organizzazione global-neoliberista del capitalismo e i suoi “maestri” di guerra e manipolazione delirante dovrebbero andare a scuola presso la filosofia e la prassi etico-

politica suggerita da Aristotele, esempio paradigmatico di un pensiero e di un'azione che, prima di tutto, salvaguarda la libertà del soggetto singolo o collettivo come atto di deliberazione tra alternative razionali piuttosto che ideologiche; alternative che, per il fatto che si oppongono per indipendenza logica di modello, non per questo, infatti, sono da porre e proporre come lotta del bene contro il male, e come obbligo e dovere del "bene" di sconfiggere il "male". I modelli di un soggetto possono essere bollati di falso, ma non per questo l'opposto è necessariamente il bene, il vero e il solo titolare indiscusso e indiscutibile che si arroga il potere e il diritto di disporre della vita e della morte secondo la logica dell'*aut aut*: se non sei con me, sei contro di me...

Dopo tutto *Cratilo* stesso ... evidenziava che la presenza della stessa coerenza interna a un linguaggio e al suo un mondo non significava sua condizione sufficiente né di verità, né di esistenza e diritto esclusivo al dominio incontrastato.